ADEKWATNA DEFUZYFIKACJA WIEDZY ROZMYTEJ W SIECIACH SEMANTYCZNYCH

ADEQUATE DEFUZZIFICATION OF FUZZY KNOWLEDGE IN THE SEMANTNIC NETWORKS

Anna Bryniarska, *Politechnika Opolska*

Abstract

In the literature, fuzzification of knowledge in the semantic networks has been precisely defined [2, 14, 15, 16, 17]. To define knowledge fuzzification there was used the logic language Description Logic (DL), precisely fuzzyDL. In this paper fuzzification of knowledge is identified with a function interpreting expressions in the DL language in the algebra of fuzzy sets [3]. Specifying, sharpening fuzzy knowledge to produce a quantifiable result is called defuzzification of knowledge. The problem of defuzzification is solved by identifying it with some interpretation of DL language expressions which are part of knowledge base in a fixed sets algebra. Furthermore, we propose to consider defuzzification as an interpretation of some algebra of sets. These sets are granules of the fuzzy sets [19]. For the first time it is proposed to define adequate defuzzification of expressions in the fuzzy knowledge base.

Streszczenie

W literaturze sieci semantycznych, precyzyjnie określono fuzyfikację wiedzy reprezentowanej w sieciach semantycznych [2, 14, 15, 16, 17]. Do wyrażenia rozmywania wiedzy użyto języka logiki opisowej fuzzyDL (Fuzzy Description Logic). W niniejszej pracy utożsamia się fuzyfikację wiedzy z funkcją interpretacji wyrażeń języka logiki DL w algebrze zbiorów rozmytych [3]. Problem określenia wyostrzania (precyzowania) wiedzy rozmytej, tj. jej defuzyfikację rozwiązuje się utożsamiając defuzyfikację z pewną interpretacją wyrażeń języka logiki DL, należących do wyróżnionej bazy wiedzy, w ustalonej algebrze zbiorów. Tu proponuje się defuzyfikację rozważać jako interpretację w pewnej algebrze zbiorów. Zbiory te są granulami zbiorów rozmytych [19]. Po raz pierwszy, proponuje się także definicję adekwatności defuzyfikacji wyrażeń z rozmytej bazy wiedzy.

1. Wstęp

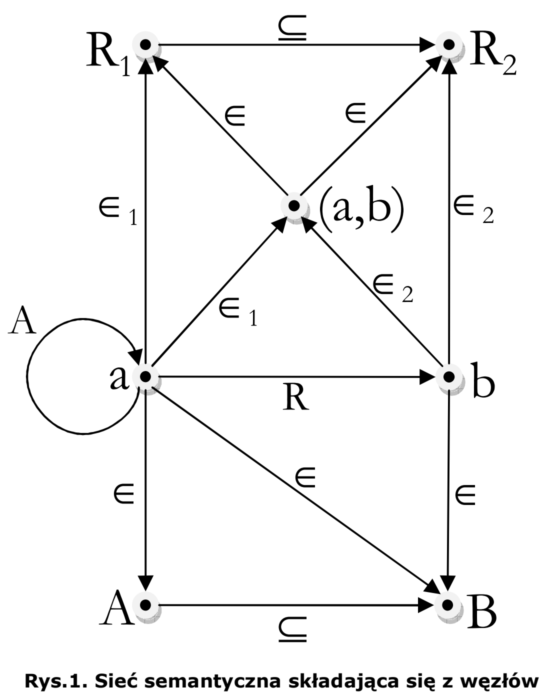
Zazwyczaj dane o obiektach wyszukujemy w pewnych sieciach informacyjnych łączących stany wyszukiwania wiedzy o tych obiektach (stany reprezentowania wiedzy, opisywania obiektów). Wtedy stany związków między obiektami opisane są za pomocą danych o tych obiektach oraz związkach pomiędzy tymi obiektami (opisach obiektów i ich związków). Sieci te informatycy nazywają *sieciami semantycznymi*. W praktyce, dostęp do danych w sieci semantycznej nie jest jednoznacznie określony, a więc dane tylko w pewnym stopniu reprezentują wyszukiwaną wiedzę. W tym sensie wyszukiwana wiedza jest rozmyta. Czy można wyostrzyć i traktować ją jako dokładną? Ten problem nazywa się *problemem defuzyfikacji rozmytej wiedzy*. Jak dotąd, w literaturze sieci semantycznych, precyzyjnie określono rozmywanie wiedzy w sieci semantycznej dającej się opisać w ramach rozmytej logiki deskrypcyjnej *DL (ang. Fuzzy Description Logic, fuzzyDL)* [1]. Proces ten zwany *fuzyfikacją* (rozmywaniem) wiedzy określono za pomocą stosownej interpretacji wyrażeń języka deskrypcyjnego w algebrze zbiorów rozmytych [2, 15, 16, 17, 18]. Nie zwrócono jednak uwagi na to, że w takim ujęciu, dowolną fuzyfikację można utożsamiać z pewną interpretacją wyrażeń języka *fuzzyDL*. Wtedy standardową interpretacją języka *fuzzyDL* w algebrze zbiorów, można utożsamiać z fuzyfikacją w algebrze funkcji charakterystycznych. Natomiast funkcje charakterystyczne mogą być utożsamiane ze zbiorami w zwykłym sensie. W niniejszej pracy, uwzględniając tę ostatnią uwagę, przyjęto, że także *defuzyfikację (wyostrzanie) rozmytej wiedzy można utożsamiać z pewną interpretacją języka logiki opisowej.*

2. Język logiki *fuzzy*DL

Sieć semantyczna może być rozpatrywana jako indeksowany graf skierowany [10]. Węzły tego grafu utożsamiane są ze stanami wyszukiwania wiedzy o jakimś obiekcie, a krawędzie (ramiona) ze stanami identyfikującymi wiedzę o relacjach pomiędzy, wskazanymi przez węzły grafu, obiektami.

Do sieci semantycznych, w których może być wyszukiwana wiedza rozmyta zaliczamy przykładowo:

- **sieci sensorowe** mierzące dane dotyczące miejsca, w którym znajdują się sensory i przekazujących zebrane dane do jednostek sterujących – wyszukiwanie rozmytej wiedzy geologicznej opisuje monografia [6],
- **sieci autopilotów maszyn** (np. robotów lub pojazdów) wyszukujące dane o środowisku (np. dane o linii technologicznej lub komunikacyjnej), częściowo sterujących pracą tych maszyn (przekazywaniem informacji lub ruchem tych pojazdów) [7],
- **sieci semantyczne produkcji**, określające tworzone w procesie produkcji cechy produktów ([9], s. 315), służące np. do szacowania kosztów produkcji,
- **sieci semantyczne WEB z poszerzoną rzeczywistością** (np. o dane giełdowe, meteorologiczne i mapy dróg), korzystające z danych zebranych w wymienionych sieciach – tę tematykę dot. Danych giełdowych i innych danych ekonomicznych porusz praca [2].



Rys.1. Sieć semantyczna składająca się z węzłów o nazwach „a", „b", „(a,b)" , „A" , „B" , „R_1", „R_2" oraz krawędzi: „A", „R", „∈" (jest wystąpieniem), „$\in_1$" (jest pierwszym wystąpieniem), „$\in_2$" (jest drugim wystąpieniem), „⊆" (jest). Opracowanie własne.

Fig.1. The semantic network consists of the nodes named „a", „b", „(a,b)" , „A" , „B" , „R_1", „R_2" and the edges: „A", „R", „∈" (is an instance), „$\in_1$" (is a first instance), „$\in_2$" (is a second instance), „⊆" (is).

W wymienionych sieciach semantycznych, zarówno węzły jak i krawędzie sieci opisane są jakimiś terminami oznaczającymi obiekty i relacje (Rys. 1).

Opisy węzłów są nazwami **indywiduów**, opisy krawędzi jednowęzłowych są nazwami **konceptów** (pojęć), a krawędzi dwuwęzłowych są nazwami **ról** spełnianych przez opisywane obiekty. Np. dla Rysunku 1, *a* i *b* są nazwami indywiduów, *A* jest nazwą konceptu oznaczającą, że „*a* jest *A*", tj. „*a* jest wystąpieniem (przypadkiem wystąpienia) konceptu *A*", natomiast *R* jest nazwą roli oznaczającą, że „pomiędzy obiektami *a* i *b* zachodzi związek będący wystąpieniem roli *R*". Opisy indywiduów, konceptów i ról składają się na terminologię. Gdy związek pomiędzy obiektami reprezentowany jest przez sieć semantyczną to nazywany go **asercją**. Asercję, że „*a* jest *A*" zapisujemy w postaci „*a:A*", natomiast asercję o relacji *R* pomiędzy obiektami *a* i *b* zapisujemy w postaci „*(a,b)*:*R*".

W kontekście badań sieci semantycznej (ang. *semantic networks*) [1, 3], reprezentacja wiedzy w sieci semantycznej może być określona w języku atrybutowym (ang. *attributive language, AL*) rozmytej logiki *fuzzy*DL. Wtedy wiedza jest reprezentowana przez dwa systemy: terminologię nazywaną **TBox** oraz zbiór asercji nazywany **ABox**. Sieć semantyczna może być rozszerzona o krawędzie ustalające zależności pomiędzy konceptami lub rolami. Opisy tych zależności, a więc role konceptów nazywane są **aksjomatami**, a system reprezentowania tej wiedzy zwany jest **RBox**.

Poniżej określono syntaktykę języka AL.

Wystąpieniami konceptów są symbole *a, b, c, ...,* a_1, b_1 ... nazw indywiduowych oraz symbole zmiennych *x, y, z, v, ...* , x_1, y_1, ... zastępowane przez symbole nazw indywiduowych. Natomiast wystąpieniami ról są pary (t_1, t_2) wystąpień t_1, t_2 konceptów.

2.1. Syntaktyka TBox

Do zbioru nazw konceptów i ról należą następujące nazwy:

T (*Top*) - **koncept uniwersalny** oraz **rola uniwersalna**,

⊥ (*Bottom*) - **koncept pusty** oraz **rola pusta**.

Niech *C*, *D* są nazwami konceptów, *R* jest nazwą roli, a *m* symbolem modyfikatora, wtedy konceptami są:

$\neg C$ – **negacja konceptu** – wyrażenie oznacza wszystkie wystąpienia konceptów, nie będące wystąpieniami konceptu *C*;

$C \wedge D$ – **przekrój, koniunkcja konceptów** *C i D* – wyrażenie oznacza wszystkie wystąpienia konceptów *C* i *D*;

$C \vee D$ – **suma, alternatywa konceptów** *C i D* – wyrażenie oznacza wszystkie wystąpienia konceptu *C* lub konceptu *D*;

$\exists R.C$ – **kwantyfikacja egzystencjalna** – wyrażenie oznacza wszystkie wystąpienia konceptów pozostające w roli R co najmniej raz z wystąpieniem konceptu C;

$\forall R.C$ – **kwantyfikacja ogólna** – oznacza wszystkie wystąpienia konceptów, które jeżeli pozostają w roli R, to pozostają w tej roli z jakimś wystąpieniem konceptu C;

$m(C)$ – **modyfikacja m konceptu C** – oznaczająca koncept, będący zmienionym konceptem C, przez słowo m, np. m może mieć takie wystąpienia jak: bardzo, bardziej, najbardziej lub wysoki wyższy, najwyższy.

2.2. Syntaktyka Abox

Dla dowolnych wystąpień t_1, t_2 konceptów, nazwy konceptu C oraz nazwy roli R, **asercjami** są wyrażenia postaci „t_1:C", „(t_1,t_2):R". Czytamy je: *t_1 jest wystąpieniem konceptu C, para (t_1,t_2) jest wystąpieniem roli R.*

Dla dowolnych wystąpień t_1, t_2 konceptów, nazwy konceptu C oraz nazwy roli R, **asercjami w stopniu α** są wyrażenia postaci „$<t_1{:}C, \alpha>$", „$<(t_1,t_2){:}R, \alpha>$". Czytamy je: *t_1 jest wystąpieniem konceptu C w stopniu α, para (t_1,t_2) jest wystąpieniem roli R w stopniu α.*

2.3. Syntaktyka Rbox

Dla dowolnych nazw konceptów C, D oraz ról R_1, R_2 i wystąpień t, t_1, t_2, (t_1, t_2), **aksjomatami** są wyrażeniami postaci:

$t \in C$ – t jest wystąpieniem konceptu C,

$(t_1, t_2) \in R_1$ – para (t_1, t_2) jest wystąpieniem roli R_1,

$t \in_1 (t_1, t_2)$ – t jest pierwszym wystąpieniem pary (t_1, t_2),

$t \in_2 (t_1, t_2)$ – t jest drugim wystąpieniem pary (t_1, t_2),

$t \in_1 R_1$ – t jest pierwszym wystąpieniem roli R_1,

$t \in_2 R_1$ – t jest drugim wystąpieniem pary R_2,

$C \subseteq D$ – koncept C jest konceptem D,

$C=D$ – koncept C jest identyczny z konceptem D,

$R_1 \subseteq R_2$ – rola R_1 jest rolą R_2,

$R_1=R_2$ – rola R_1 jest identyczna z rolą R_2,.

Dla dowolnych nazw konceptów C, D oraz ról R_1, R_2 **aksjomatami w stopniu α** są wyrażeniami postaci <aksjomat, α>, np. $<C \subseteq D, \alpha>$, $<C=D, \alpha>$, $<R_1 \subseteq R_2, \alpha>$, $<R_1=R_2, \alpha>$.

3. Fuzyfikacja

Wyrażenia języka *fuzzyDL* interpretujemy w wybranej uporządkowanej algebrze zbiorów rozmytych:

$$\boldsymbol{F} = <F, \wedge^F, \vee^F, \neg^F, c^F, e^F, 0^F, 1^F, M, F_0> \qquad (1)$$

gdzie dla przestrzeni obiektów X, zbiór:

$$F = \{\mu \mid \mu{:}X \to [0,1]\} \cup \{\mu \mid \mu{:}X \times X \to [0,1]\} \qquad (2)$$

jest zbiorem wszystkich zbiorów rozmytych w algebrze $\boldsymbol{F}$; $\wedge^F$ jest operacją iloczynu zbiorów przybliżonych; $\vee^F$ jest operacją sumy; $\neg^F$ jest operacją dopełnienia; c^F jest funkcją $c^F{:}\ F \times F \to [0,1]$ zwaną **stopniem zawierania się** zbiorów rozmytych ([6], s. 47); e^F jest funkcją $e^F{:}\ F \times F \to [0,1]$ zwaną **stopniem równości** zbiorów rozmytych ([8], s. 45); symbol 0^F oznacza dowolny zbiór rozmyty o wartościach 0; symbol 1^F oznacza dowolny zbiór rozmyty o wartościach 1; M jest wyróżnionym zbiorem funkcji $f{:}[0,1] \to [0,1]$ zwanych **funkcjami modyfikacji**; F_0 jest wyróżnionym podzbiorem F.

Niech X jest zbiorem wszystkich obiektów (egzemplarzy danych), których dotyczy wiedza reprezentowana w sieci semantycznej, a $X \times X$ jest zbiorem wszystkich uporządkowanych par elementów zbioru X. Dana jest funkcja ^{I}, która spełnia warunki:

1. wystąpieniom konceptów t przyporządkowuje pewne wartości $t^I \in X$, a wystąpieniom par (t_1, t_2) przyporządkowuje się pary $(t_1^I, t_2^I) \in X \times X$,
2. nazwom konceptów C przyporządkowuje zbiory rozmyte C^I: $X \to [0,1]$,
3. nawom roli R przyporządkowuje zbiory rozmyte R^I: $X \times X \to [0,1]$,
4. modyfikatorom m przyporządkowuje funkcje m^I: $[0,1] \to [0,1]$, gdzie $m^I \in M$,
5. asercjom oraz aksjomatom E przyporządkowuje pewną liczbę $E^I \in [0,1]$,
6. dla wyrażeń $<E, \alpha>$ asercjom oraz aksjomatom E w stopniu α mamy $<E, \alpha>^I = <E^I, \alpha>$.

3.1. Semantyka konceptów języka TBox

Dla dowolnych $x \in X$, nazw konceptów C, D, nazwy roli R oraz modyfikatora m

$$T^I(x) = 1; \qquad (3)$$
$$\perp^I(x) = 0; \qquad (4)$$
$$(\neg C)^I(x) = (\neg^F C^I)(x); \qquad (5)$$
$$(C \wedge D)^I(x) = (C^I \wedge^F D^I)(x); \qquad (6)$$
$$(C \vee D)^I(x) = (C^I \vee^F D^I)(x); \qquad (7)$$
$$(\exists R.C)^I(x) = sup_{y \in X}\{(R^I \wedge^F C^I)(x,y)\}; \qquad (8)$$
$$(\forall R.C)^I(x) = inf_{y \in X}\{(\neg^F R^I \vee^F C^I)(x,y)\}; \qquad (9)$$
$$(m(C))^I(x) = m^I(C^I(x)); \qquad (10)$$

3.2. Semantyka asercji języka ABox

Dla dowolnych wystąpień t konceptów C, D oraz wystąpień (t_1,t_2) roli R

$$(t{:}C)^I = C^I(t^I) \qquad (11)$$
$$((t_1,t_2){:}R)^I = R^I(t_1^I, t_2^I) \qquad (12)$$

3.3. Semantyka aksjomatów RBox

Dla dowolnych nazw konceptów C, D

$$(C \subseteq D)^I = c^F(C^I , D^I) \quad (13)$$
$$(C = D)^I = e^F(C^I , D^I) \quad (14)$$
$$(R_1 \subseteq R_2)^I = c^F(R_1^I , R_2^I), \quad (15)$$
$$(R_1 = R_2)^I = e^F(R_1^I , R_2^I). \quad (16)$$

Pominiemy interpretacje dla aksjomatów wyrażających, że coś jest jakimś wystąpieniem konceptu lub roli, gdyż można je wyrazić za pomocą wzorów interpretacji wyrażeń Tbox.

Gdy funkcja interpretacja I spełnia listę warunków 1 – 6 oraz spełnia równania opisane we wzorach (3) – (14), to nazywamy ją **fuzyfikacją języka logiki** *fuzzyDL*. Jeżeli w wyniku fuzyfikacji otrzymujemy tylko funkcje charakterystyczne, to taką interpretację nazywamy **dokładną**. Jest ona równoważna standardowej interpretacji logiki opisowej *DL* [1]. Niech I jest fuzyfikacją języka *fuzzyDL*, mówimy, że wyrażenie $<E, \alpha>$ ***jest spełnione w tej interpretacji*** (co piszemy: $I \mid= <E, \alpha>$) wtedy i tylko wtedy, gdy $E^I \geq \alpha$.

Rozważmy skończony zbiór *Fuz*, który odpowiada zbiorowi realizacjom fuzyfikacji, możliwym w praktyce, akceptowanym przez pewną grupę ekspertów (agentów) dokonujących fuzyfikacji wyrażeń języka logiki *fuzzyDL*. Zbiór *Fuz* nazywamy **przestrzenią fuzyfikacji**. W procesie fuzyfikacji tworzona jest **rozmyta baza wiedzy**

$$K = <Fuz, V, TBox, ABox, RBox> \quad (17)$$

gdzie:

TBox jest skończonym zbiorem konceptów i ról; *V jest funkcją zwaną,* ***zakresem ufności rozmycia****, przyporządkowującą konceptom i rolom pewne zbiory wartości ich fuzyfikacji I∈Fuz; ABox* jest skończonym zbiorem asercji zachodzących w jakimś stopniu α zbudowanych z konceptów i ról zbioru *TBox*; *Rbox* jest skończonym zbiorem aksjomatów zachodzących w jakimś stopniu α, zawierającym tylko terminy ze zbioru *TBox*. Ponadto wszystkie wyrażenia $<E, \alpha>$ należące do ABox lub RBox są spełnione w jakiejś interpretacji ze zbioru *Fuz*. Wyrażenie $<E, \alpha>$ języka *fuzzyDL* jest **rozmytą logiczną konsekwencją bazy wiedzy *K*** (co piszemy: $K|-<E, \alpha>$) wtedy i tylko wtedy, gdy jest spełnione w dowolnej interpretacji rozmytej $I\in Fuz$.

4. Defuzyfikacja

Poszukujemy rodziny podzbiorów zbioru X, w której będziemy interpretować wyrażenia logiki deskrypcyjnej. Podobnie, jak w przypadku stosowania w statystyce przedziałów ufności, przyjmujemy, zgodnie z intuicją, dotyczącą dokonywania fuzyfikacji przez grupy ekspertów, że najbardziej istotne jest zaakceptowanie przez wszystkich ekspertów stopni przynależności elementów do zbioru rozmytego, będącego fuzyfikacją pewnych konceptów lub ról należących do rozmytej bazy wiedzy $K = <Fuz, V, TBox, ABox, RBox>$. A więc, jeśli dla fuzyfikacji $I\in Fuz$, konceptu C lub roli R, te stopnie należą do pewnego wyróżnionego zbioru

$V(C) \subseteq \{\alpha$: *dla pewnych wystąpień t konceptu C oraz* $I\in Fuz, \alpha=(t:C)^I\}$

lub do pewnego wyróżnionego zbioru

$V(R) \subseteq \{\alpha$: *dla pewnych wystąpień* (t_1,t_2) *roli R oraz* $I\in Fuz, \alpha=((t_1,t_2) :R)^I\}$

zakresów stopni rozmycia przyjmowanych przez wszystkich ekspertów, tzn. należą do pewnych zakresów ufności rozmycia V, to można przyjąć, że elementy należące w tym zakresie do rozważanych zbiorów rozmytych tworzą pewien wyróżniony podzbiór przestrzeni X lub $X\times X$. Innymi słowy, eksperci, wiedzę o stopniu rozmycia należącym do pewnego zakresu stopni rozmycia, proponują traktować jako wiedzę dokładną w ramach wcześniej dokonanej fuzyfikacji tej wiedzy. Takie podejście ekspertów jest wyostrzaniem wiedzy o przynależności elementu przestrzeni do pewnego jej podzbioru. Dlatego wyznaczanie takich podzbiorów będziemy utożsamiać z **defuzyfikacją** wiedzy o obiektach należących do przestrzeni X lub $X\times X$.

Funkcję $(.)^{Def}$ nazywamy **defuzyfikacją dla bazy wiedzy** $K = <Fuz, V, TBox, ABox, RBox>$, jeśli dla dowolnych konceptów: C, D, oraz ról: R, R_1, R_2, wystąpień t, t_1, t_2 konceptów z tej bazy, zachodzą wzory:

$$\perp^{Def} = \varnothing, T^{Def} = X \quad (18)$$
$$C^{Def} = X_C \quad (19)$$

gdzie

1) $X_C \subseteq X$,
2) $x\in X_C$ *wtw gdy istnieje fuzyfikacja* $I\in Fuz$, *taka że* $(t:C)^I\in V(C)$ *oraz* $x=t^{Def}$;

$$R^{Def} = (X\times X)_R \quad (20)$$

gdzie

1) $(X\times X)_R \subseteq X\times X$,
2) $(x,y) \in (X\times X)_R$ *wtw gdy istnieje fuzyfikacja* $I\in Fuz$, *taka że* $((t_1,t_2):R)^I\in V(R)$ *oraz* $x=t_1^{Def}$;

$$(\neg C)^{Def} = X \setminus C^{Def}, \quad (21)$$
$$(C \vee D)^{Def} = C^{Def} \cup D^{Def}, \quad (22)$$
$$(C \wedge D)^{Def} = C^{Def} \cap D^{Def}, \quad (23)$$
$$(\exists R.C)^{Def} = \{x\in X: \text{istnieje } y \text{ taki, że } (x, y) \in R^{Def} \text{ i } y \in C^{Def}\}, \quad (24)$$
$$(\forall R.C)^{Def} = \{x\in X: \text{dla każdego } y\text{, jeśli } (x, y) \in R^{Def}\text{, to } y \in C^{Def}\}, \quad (25)$$
$$(t:C)^{Def} \text{ wtw } t^{Def} \in C^{Def}; \quad (26)$$
$$((t_1,t_2):R)^{Def} \text{ wtw } (t_1^{Def}, t_2^{Def}) \in R^{Def}; \quad (27)$$
$$(C \subseteq D)^{Def} \text{ wtw } C^{Def} \subseteq D^{Def} \quad (28)$$
$$(C = D)^{Def} \text{ wtw } C^{Def} = D^{Def}, \quad (29)$$
$$(R_1 \subseteq R_2)^{Def} \text{ wtw } R_1^{Def} \subseteq R_2^{Def} \quad (30)$$

$$(R_1 = R_2)^{Def} \text{ wtw } R_1^{Def} = R_2^{Def}, \quad (31)$$

$$<E, \alpha>^{Def} \text{ wtw } E^{Def}, \text{ jeśli } K|\text{-} <E, \alpha>, \quad (32)$$

albo

$$<E, \alpha>^{Def} \text{ wtw } \neg E^{Def}, \text{ gdy nie zachodzi } K|\text{-} <E, \alpha>$$

$$\text{- } E \text{ jest asercją lub aksjomatem bazy wiedzy } K. \quad (33)$$

5. Adekwatność defuzyfikacji

Intuicyjnie, od defuzyfikacji asercji lub aksjomatu *E* w stopniu α dla których wyrażenie $<E, \alpha>$ jest konsekwencją rozmytą bazy *K*, tj. $K|\text{-} <E, \alpha>$, oczekujemy, że w zakresie ufności rozmycia *V* będzie tezą teoriomnogościową. Taką defuzyfikację $(.)^{Def}$ nazywamy **adekwatną w zakresie ufności rozmycia** *V*. Ma ona miejsce, gdy dla dowolnych asercji i aksjomatów $E \in RBox$, jeśli zachodzi $K|\text{-} <E, \alpha>$, to zachodzi $<E, \alpha>^{Def}$. Defuzyfikację $(.)^{Def}$ nazywamy **adekwatną**, gdy dla dowolnego aksjomatu *E*, z tego że zachodzi $K|\text{-} <E, 1>$ wynika prawdziwość E^{Def}.

Jak widać,

Wniosek 1. *Każda defuzyfikacja adekwatna w zakresie ufności rozmycia V jest adekwatna.*

Odwrotna implikacja nie zawsze musi zachodzić.

Można wskazać pewne trywialne adekwatne defuzyfikacje:

Twierdzenie 1. *Dowolna defuzyfikacja bazy wiedzy K, w której interpretacje należące do Fuz przekształcają koncepty i role w funkcje charakterystyczne (fuzyfikacje są dokładne), a funkcja zakresu ufności rozmycia V posiada tylko wartość 1, jest defuzyfikacją adekwatną i zarazem adekwatną w zakresie ufności rozmycia V.*

6. Problemy adekwatności i optymalności defuzyfikacji

Rozwiązanie problemu adekwatności defuzyfikacji polega na znalezieniu warunków koniecznych lub wystarczających jakie powinna spełniać baza wiedzy, aby wszystkie defuzyfikacje dla tej bazy były defuzyfikacjami adekwatnymi.

Ze względu na ograniczoną dokładność obliczeń, komputerowe zastosowanie definicji rozmytej logiki opisowej wymaga przyjęcia skończonego zbioru stopni rozmycia. Np. dla odpowiedniej liczby naturalnej *n* zbiór ten może być równy $[0,1]_S = \{0, 1/n, 2/n, \ldots, (n-1)/n, 1\}$. Ponadto, nie zawsze znalezienie adekwatnej defuzyfikacji dla bazy wiedzy *K* jest możliwe, wtedy dla wyrażeń $<E, \alpha>$ szukane są suprema $gbl(K,E)$ zbioru liczb $\alpha \in [0,1]_S$, takich, że $K|\text{-} <E, \alpha>$, tj. $gbl(K,E) = sup\{\alpha: K|\text{-} <E, \alpha>\}$. Jest to tzw. **problem BDB** (the Best Degree Bound). Podobny problem optymalizacji formułowany jest dla konceptów i ról. Stąd, z określenia relacji |= spełniania wyrażenia w interpretacji rozmytej oraz określenia rozmytej logicznej konsekwencji bazy wiedzy *K,* wynika

Twierdzenie 2. *Dla dowolnego wyrażenia E w bazie K oraz wszystkich interpretacji rozmytych I,*

$$I \models <E, gbl(K,E)>. \quad (34)$$

oraz

Twierdzenie 3. *Dla dowolnego wyrażenia E w bazie K, rozmyte wyrażenie $<E, gbl(K,E)>$ jest rozmytą logiczną konsekwencją bazy wiedzy K.*

Oprócz własności rozmytej konsekwencji logicznej oraz wyznaczania wartości *gbl* można szukać inne własności rozmytej logiki opisowej, niezależne od konkretnych interpretacji rozmytych. Własności te mogą być przydatne do wyostrzania wyszukiwanej w sieciach semantycznych wiedzy rozmytej [2]. Do określenia bazy wiedzy ważne są także metody eksploracji danych w systemach sterowania, w sieciach semantycznych i w tablicach decyzyjnych [4, 5, 7, 11, 12, 13].

Na zakończenie zwróćmy uwagę na jeszcze jeden aspekt rozwiązywania problemu adekwatności defuzyfikacji.

Najpierw załóżmy, że dla konceptu *A* wyznaczamy $min(A) = inf\ \{x\text{: } x = sup\ A^I(X), \text{ dla pewnego } I \in Fuz\}$, a dla roli *R*, $min(R) = inf\ \{x\text{: } x = sup\ R^I(X \times X), \text{ dla pewnego } I \in Fuz\}$. Jest to tzw. **problem MinDB** (the Minimum Degree Bound). Podobnie rozważać można **problem MaxDB** (the Maximum Degree Bound): $max(A) = sup\ \{x\text{: } x = inf\ A^I(X), \text{ dla pewnego } I \in Fuz\}$, a dla roli *R*, $max(R) = sup\ \{x\text{: } x = inf\ R^I(X \times X), \text{ dla pewnego } I \in Fuz\}$.

Wtedy, zakresy istotności wyznaczają wzory:

$$V(A) = \{x \in [0,1]\text{: } min(A) \le x \le max(A)\}, \quad (35)$$

$$V(R) = \{x \in [0,1]\text{: } min(R) \le x \le max(R)\}. \quad (36)$$

W jakiej algebrze $\boldsymbol{F} = <F, \wedge^F, \vee^F, \neg^F, c^F, e^F, 0^F, 1^F, M, F_0>$ zbiorów rozmytych powinna być dokonywana fuzyfikacja języka logiki *fuzzyDL*, aby możliwe było określenie bazy wiedzy dla której problem adekwatnej defuzyfikacji będzie miał rozwiązanie? Odpowiedź na to pytanie będzie zaprezentowana w innej pracy.

Literatura

1. Baader, F., Calvanese, D., Mc Guinness, D., Nardi, D., Patel-Schneider, P. (eds): *The Description Logic Handbook. Theory, Implementation and Application,* Cambridge University Press 2003.
2. Bobillo F., Straccia U.: *fuzzyDL: An Expressive Fuzzy Description Logic Reasoner,* In: IEEE World Congress on Computational Intelligence 1-6 June 2008, Hong Kong, 2008, s. 923-930.
3. Bryniarska A.: *Rozmywanie i wyszukiwanie wiedzy rozmytej w sieciach semantycznych*, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki Politechniki Gdańskiej, Nr 9, Seria ICT Young 2011, tom 1, s. 389-394

4. Bubnicki Z.: *Uncertain variables and their application to decision making,* IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, Volume 31, Number 6, pp. 587-592, 2001.
5. Ceglarek D., Haniewicz K., Rutkowski W.: *Semantic compression for specialised Information Retrieval System,* w: Advances in Intelligent Information and Database Systems (LNAI/LNCS), Springer-Verlag, 2010.
6. Demicco R. V., Klir G. J.: *Fuzzy Logic in Geology. Foreword by Lotfi Zadeh*, Elsevier Science, New York USA, 2004.
7. Galantucci L. M., Percoco G. & Spina R.: *Assembly and Disassembly by using Fuzzy Logic & Genetic Algorithms,* International Journal of Advanced Robotic Systems, Volume 1 Number 2 (2004), ISSN 1729-8806, s. 67 – 74.
8. Kacprzyk J.: *Wieloetapowe sterowanie rozmyte*, WNT, Warszawa, 2001.
9. Knosala R.: *Zastosowania metod sztucznej inteligencji w inżynierii produkcji*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2002.
10. Kowalski, R.A.: *Logic for Problem Solving.* New York, North Holland, 1979.
11. Larose D.T.: *Discovering Knowledge in Data: An Introduction to Data Mining*, Wiley, New York 2005.
12. Ligęza A., Nalepa G.J.: *Conceptual modeling implementation and automated of rule-based,* In: Zieliński K., Szmuc T. (Eds.): Software engineering: evolution end emerging technologies, Volumen 130 of Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, Amsterdam, 2005, pp. 330-340.
13. Markov Z., Larose D.L.: *Data Mining the Web: Uncovering Patterns in Web Content, Structure, and Usage*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2007.
14. Pan J. Z., Stamou G., Stoilos G., Thomas E.: *Expressive Querying over Fuzzy DL-Lite Ontologies*, In: Scalable Querying Services over Fuzzy Ontologies. To Appear 17th International World-Wide-Web Conference (WWW 2008), Beijin, 2008.
15. Simou N., Mailis T., Stoilos G., Stamou S.: *Optimization Techniques for Fuzzy Description Logics,* In: Proc. 23rd Int. Workshop on Description Logics (DL2010), CEUR-WS 573, Waterloo, Canada, 2010, s. 244-254.
16. Simou N., Stoilos G., Tzouvaras V., Stamou G., Kollias S.: *Storing and Querying Fuzzy Knowledge in the Semantic Web,* In: Proc. 4th International Workshop on Uncertainty Reasoning for the Semantic Web Sunday 26th October, 2008 Karlsruhe, Germany.
17. Yager R. R., Filev D. P.: *Essentials of fuzzy modeling and control*, John Wiley & Sons, New York, 1994.
18. Zadeh L. A..: *Fuzzy sets,* Information and Control, Volume 8, Number 3, 1965, pp.338–353.
19. Zadeh l. A.: *Fuzzy sets and information granularity*, In: Gupta M.,Ragade R., Yager R. R. (Eds.): Advances in Fuzzy Set Theory and Aplications. North-Holand, Amsterdam, pp. 3-18, 1973.

Autor:

mgr inż. Anna Bryniarska
Politechnika Opolska
Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki
ul. Sosnkowskiego 31
45-272 Opole
tel. +48 77 40 06 213

email: a.bryniarska@doktorant.po.edu.pl